

1. Discutiu si existeixen i, donat el cas, calculeu els límits següents:

$$\begin{array}{lll}
 (a) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{(x-1)(x+1)(x-2)} & (b) \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{(x-1)(x+1)(x-2)} & (c) \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4} \\
 (d) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) & (e) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} & (f) \quad \lim_{x \rightarrow 0} x \cos\left(\frac{1}{x^2}\right) \\
 (g) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{5x^2 + 2x + 1}}{2x + 3} & (h) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{1+x}}{x} & (i) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{(x-3)^2}}{x-3} \\
 (j) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - x})^4 & (k) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 + x^2 - 1}{(x-1)(2x+1)(x-2)} & (l) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x)}{|x|} \\
 (m) \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} x - [x] + \lim_{x \rightarrow 2^+} x - [x] & (n) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^2 + x} + \sqrt[3]{2x + 3}}{x^{2/3} + 2} & (o) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1} \\
 (p) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{x^2 + 2x} - \sqrt[3]{x^2 + x}.
 \end{array}$$

on  $[x]$  és el màxim del conjunt  $\{n \in \mathbb{Z} \mid n \leq x\}$ .

2. Trobeu les assíptotes de les funcions següents:

$$\begin{array}{ll}
 (a) \quad f(x) = \frac{1}{(x-2)^2} & (b) \quad f(x) = \frac{x}{x^2 - 4x + 3} \\
 (c) \quad f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4} & (d) \quad f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 9}
 \end{array}$$

3. Estudieu la continuïtat de les funcions següents. En el cas d'estar definides per paràmetres  $a$  trobeu els valors d'aquests paràmetres que fan que la corresponent funció sigui contínua.

$$\begin{array}{ll}
 (a) \quad f(x) = |x - 1| & (b) \quad f(x) = \frac{3x - 5}{2x^2 - x - 3} \\
 (c) \quad f(x) = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} & (d) \quad f(x) = \begin{cases} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}
 \end{array}$$

4. Representeu gràficament i estudieu la continuïtat de les funcions següents. En el cas d'estar definides per paràmetres  $a, b, c$ , trobeu els valors d'aquests paràmetres que fan que la corresponent funció sigui contínua.

$$\begin{array}{ll}
 (a) \quad f(x) = \begin{cases} e^x & x < 0 \\ x + a & x \geq 0 \end{cases} & (b) \quad f(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\alpha x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \\
 (c) \quad f(x) = \begin{cases} 4x & x \leq -1 \\ bx + c & -1 < x < 2 \\ -5x & x \geq 2 \end{cases} & (d) \quad f(x) = \begin{cases} ax^2 & |x| < 1 \\ 3ax - 2 & |x| \geq 1 \end{cases}
 \end{array}$$

on  $\alpha > 0$ .

5. Demostreu que les següents equacions tenen solució:

$$(a) \quad xe^x = 2^x + \frac{x}{2} \quad (b) \quad x^2 - \cos x - 10 = 0 \quad (c) \quad x^5 + \frac{21}{2 + x^2 + \tan^2 x} = 10$$